

Correction Évaluation 01

Second degré

Durée de l'épreuve : **40 minutes***L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.**Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.**Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.**La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.***Exercice 1 (8 points)**Résoudre les équations ci-après sur $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 1. \quad 2x^2 + 2 = 4x &\iff x^2 - 2x + 1 = 0 \\ &\iff (x - 1)^2 = 0 \\ &\iff x - 1 = 0 \\ &\iff x = 1 \end{aligned}$$

$$S = \{1\}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad x^3 - 9x + x^2 - 9 = 0 &\iff x \cdot (x^2 - 9) + (x^2 - 9) = 0 \\ &\iff (x^2 - 9)(x + 1) = 0 \\ &\iff (x - 3)(x + 3)(x + 1) = 0 \\ &\iff x = 3 \text{ ou } x = -3 \text{ ou } x = -1 \end{aligned}$$

$$S = \{-3; -1; 3\}$$

$$3. \quad -5x^2 + 10x + 15 = 0 \iff x^2 - 2x - 3 = 0$$

C'est une équation du second degré avec $a = 1$, $b = -2$ et $c = -3$ On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-3) = 4 + 12 = 16 = 4^2$

Le discriminant étant positif, l'équation a deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 4}{2} = 1 - 2 = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 + 2 = 3$$

$$S = \{-1; 3\}$$

Exercice 2 (4 points)

Déterminer les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -5x^2 + 10x + 15$$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-10} = 1 \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = f(1) = -5 + 10 + 15 = 20$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f	$-\infty$	20	$-\infty$

car $a = -5 < 0$

Exercice 3 (8 points)

Le bénéfice d'une société (en millions de dirhams) en fonction de la quantité vendue (en tonnes) est donné par la fonction :

$$B(x) = -x^2 + 4x + 7$$

Déterminer les quantités que la société doit produire pour que le bénéfice soit supérieur à deux millions de dirhams.

On cherche à résoudre $B(x) \geq 2$ avec $x \in \mathbb{R}^+$

$$B(x) \geq 2 \iff -x^2 + 4x + 7 \geq 2 \iff -x^2 + 4x + 5 \geq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times (-1) \times 5 = 16 + 20 = 36 = 6^2 > 0$$

$$\text{Donc } -x^2 + 4x + 5 = -(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{avec } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 6}{-2} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 6}{-2} = -1$$

x	$-\infty$	-1	0	5	$+\infty$
$-x^2 + 4x + 5$					

car $a = -1 < 0$

$$\text{Donc } S = [0 ; 5]$$

Pour que la société fasse un bénéfice supérieur ou égal à deux millions de dirhams, il faut qu'elle produise moins de 5 tonnes.