

DS 02

Second degré
Suites

Durée de l'épreuve : **1h50**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.

EXERCICE 1 (5 points)

1. Déterminer deux nombres dont la somme vaut 1 et dont le produit vaut $-\frac{3}{4}$.
2. Déterminer la raison d'une suite arithmétique (a_n) sachant que $a_3 = 41$ et $a_{15} = 5$.
3. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel par : $u_n = n^2 + n + 1$.
Déterminer si (u_n) est une suite arithmétique et, le cas échéant, préciser sa raison.
4. Soit la suite arithmétique (u_n) de terme initial $u_0 = 10$ et de raison $r = -2$.
 - a. Écrire la définition par récurrence de la suite (u_n) .
 - b. Écrire la définition par une formule explicite de la suite (u_n) et en déduire la valeur de u_{100} .
 - c. Calculer la somme des 101 premiers termes de la suite (u_n) .

EXERCICE 2 (4 points)

Layina étudie la trajectoire d'un drone miniature lancé depuis le toit d'un petit hangar.

La hauteur du drone (exprimée en mètres) en fonction du temps écoulé t (exprimé en secondes) depuis son lancement est modélisée par la fonction h définie par :

$$h(t) = -t^2 + 4t + 5$$

1. Déterminer la hauteur du hangar.
2. Déterminer à quel instant t l'appareil touche le sol (sa hauteur est alors égale à 0 mètre).
3. Déterminer l'ensemble des instants t pour lesquels le drone vole à une hauteur strictement supérieure à 8 mètres.
4. Déterminer la hauteur maximale atteinte par le drone.

EXERCICE 3 (6 points)**Partie A**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4$$

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f .

Soit T la droite d'équation : $y = x - 1$.

1. Étudier les variations de f .
2. Montrer que sur l'intervalle $]4 ; +\infty[$, $f(x)$ est strictement négative.
3. Étudier les positions relatives entre la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite T .

Partie B

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par la relation de récurrence :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n - n^2 + 5n - 4$$

4. Calculer les valeurs des termes u_1 , u_2 et u_3 .
5. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
6. Écrire un programme Python qui calcule la valeur de u_{100} .

EXERCICE 4 (5 points)

On considère l'équation suivante (où x est l'inconnue) :

$$mx^2 + 4x + (m - 3) = 0$$

Déterminer le nombre de solutions de cette équation selon les valeurs du paramètre m .