

DS 04**PGCD**

Durée de l'épreuve : **55 minutes**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.

Exercice 1

Déterminer le PGCD de :

1. 351 et 36 avec l'algorithme d'Euclide
2. $3n + 4$ et $5n + 3$
3. n et $n + 2$

Exercice 2

Démontrer le théorème de Gauss.

Exercice 3

Écrire une fonction Python qui prend en paramètres deux entiers et renvoie leur PGCD.

Exercice 4

M. Zaid Plus possède deux sabliers, l'un de 7 minutes et l'autre de 5 minutes.

Il veut se servir de ces deux sabliers pour mesurer différentes durées.

1. Décrire précisément un mode opératoire pour mesurer une durée de 4 minutes.
2. Déterminer les durées pouvant être mesurées avec ces deux sabliers.
3. Déterminer précisément un mode opératoire pour mesurer une durée de n minutes, avec n un entier strictement positif.

Exercice 5

Bezzou possède deux chèvres, Kharbouch et Kharboucha, qui mangent des graines.

Kharbouch mange par bouchée de 15 graines et Kharboucha par bouchée de 12 graines.

Les deux chèvres mangent ensemble exactement 378 graines, avec des bouchées toutes pleines.

Déterminer les nombres de bouchées possibles prises par chacune des chèvres.

Exercice bonus (optionnel) Sans utiliser la décomposition en facteurs premiers, démontrer que $PGCD(a; b) \times PPCM(a; b) = a \times b$