DS05 : Matrice

Durée de l'épreuve : **55 minutes**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1

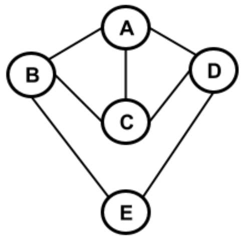
Soit M un point du plan de coordonnées $M(x;y)$ dans un repère othonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
À l'aide d'un calcul matriciel, déterminer l'image du point M par :

1. la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{5\pi}{6}$;

2. la rotation de centre $A(1;2)$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$;

3. l'homothétie de centre 0 et de rapport k ; puis la translation de vecteur $\vec{u}(a;b)$; puis la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

Exercice 2



1. Donner la matrice d'adjacence du graphe ci-contre (en considérant ses sommets dans l'odre alphabétique).

2. Déterminer le nombre de chemins de longueur 4 entre les sommets A et B.

Exercice 3

Soit A et B deux matrices carrée inversibles d'ordre n.
Soit la matrice C définie par : $C = A \times B$.
Soit a_{ij}, b_{ij} et c_{ij} les coefficients à la ligne i et à la colonne j des matrices A, B et C.

1. Rappeler la condition nécessaire pour pouvoir multiplier deux matrices.

2. Exprimer c_{ij} en fonction des coefficients des matrices A et B.

3. Déterminer l'inverse la matrice C en fonction des inverses de A et de B.

Exercice 4

On recherche la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passant par les points $A(1;3)$, $B(2;7)$ et $C(3;12)$.

1. Modéliser ce problème par une équation matricielle.

2. Expliquer une méthode pour déterminer l'équation de la parabole (sans procéder au calcul).

3. **question bonus (optionnelle)** : déterminer l'équation de la parabole.

Exercice 5 Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. On note L_1 la 1ère ligne et L_2 la deuxième ligne.

1. Déterminer A^{-1} par la méthode du pivot de Gauss, en commençant par permuter L_1 et L_2, puis en remplaçant L_2 par $L_2 - 2L_1$, ainsi de suite ...

2. Déterminer les opérations matricielles équivalentes à chacune des transformations précédentes, avec une matrice T_1 pour la permutation de L_1 et L_2, une matrice T_2 pour la combinaison linéaire $L_2 - 2L_1$, ainsi de suite ...

3. Déterminer A^{-1} en fonction de T_1, T_2, ...

