# DS 03

Nombres Complexes :
point de vue géométrique

Durée de l'épreuve : **55 minutes**

*L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.*
*Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.*
*Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.*
*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.*

## Exercice 1

Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes suivant :

**1.** $-1$ **2.** $i - \sqrt{3}$ **3.** $-100 - 100i$

## Exercice 2

Linéariser $cos^3x$ et $sin^3x$ .

## Exercice 3

Déterminer, sous forme exponentielle, les solutions dans $\mathbb{C}$ des équations suivantes :

**1.** $z^5 = 1$ **2.** $2z^5 + i = 1$ **3.** $z^5 + 32i = 0$

## Exercice 4

Soit le point $A$ d'affixe $z_A = 1 + i$.
Soit le point $B$ d'affixe $z_B = 3 + 2i$.

**1.** Donner une relation vérifiée par les affixes des points de la médiatrice de $[AB]$.

**2.** Donner une relation vérifiée par les affixes des points du cercle de centre $A$ et de rayon $AB$.

**3.** Déterminer les coordonnées du point $C$ tel que $ABC$ soit un triangle équilatéral.

## Exercice 5

Soit la suite $(z_n)$ définie pour tout entier naturel par $z_0 = 0$ et $z_{n+1} = 3iz_n - 1$ .
Soit $M_n$ le point d'affixe $z_n$ .
Soit $A$ le point d'affixe $z_A = -\dfrac{1}{10} - \dfrac{3}{10}i$.
Soit la suite $(u_n)$ définie pour tout entier naturel par $u_n = z_n - z_A$ .

On montre que, pour tout entier naturel, $u_n = z_A \times (3i)^n$.

**1.** Montrer que, pour tout entier naturel, les points $A$, $M_n$ et $M_{n+2}$ sont alignés.

**2.** Montrer que, pour tout entier naturel, les droites $(AM_n)$ et $(AM_{n+1})$ sont perpendiculaires.

**Exercice bonus (optionnel)** Écrire un programme Python qui détermine l'ensemble de Julia.

 