

Évaluation 01

Raisonnement par récurrence
Limites de suites

Durée de l'épreuve : **50 minutes**

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Le candidat répond sur feuilles doubles numérotées et garde l'énoncé.

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte.

Exercice 1 (8 points)

Démontrer par récurrence que pour tout réel $q \neq 1$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$:

$$1 + q + q^2 + q^3 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Exercice 2 (8 points)

Déterminer la limite des suites définies pour tout entier naturel n non nul par :

1. $u_n = -n^2 + 2n - 1$

2. $u_n = \frac{2n^2 - n + 1}{n^3 - n - 1}$

3. $u_n = n^2 - \sin n$

4. $u_n = \frac{2n - \cos n}{-n + (-1)^n}$

Exercice 3 (4 points)

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel par :

$$u_n = n^2 - 2n$$

1. Que faut-il faire pour montrer, à l'aide de la définition de la limite, que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$?

2. Déterminer le rang à partir duquel : $u_n > 10^6 - 1$

3. Montrer, à l'aide de la définition de la limite, que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.